

MAI 2 - domácí úkol ze cvičení 2

1. „První“ substituce (z každé skupiny integrálů vypočítejte, prosím, aspoň jeden):

a) $\int x^2 \cos x^3 dx$; $\int \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$; $\int \frac{3x^2}{\sqrt{x^3+8}} dx$;

b) $\int \frac{\cos x}{\sin x+3} dx$; $\int \frac{1}{(1+\sqrt{x})\sqrt{x}} dx$; $\int \operatorname{tg} x dx$; $\int \frac{1}{1+\operatorname{tg} x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} dx$;

c) $\int \frac{\log^2 x}{x} dx$; $\int \frac{1}{x} \sqrt{1-\log x} dx$; $\int \frac{1}{x(1+\log^2 x)} dx$; $\int \frac{\log x}{x(1+\log^2 x)} dx$;

d) $\int \frac{\sin x}{1+\cos^2 x} dx$; $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{1+\cos^2 x} dx$; $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{1+\cos^4 x} dx$; $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{2\sin^2 x+3\cos^2 x} dx$;

e) $\int \frac{e^x}{e^{2x}+2e^x+2} dx$; $\int \frac{1}{(x-4\sqrt{x}+5)\sqrt{x}} dx$;

2. Z každé dvojice zkuste vypočítat aspoň jeden z integrálů

a) „první“ substituce + per partes: $\int x^2 \log(1-x^3) dx$; $\int \frac{1}{x^3} \cdot e^{\frac{1}{x}} dx$;

b) per partes + substituce: $\int \operatorname{arctg} x dx$; $\int \arcsin x dx$; $\int \arcsin^2 x dx$

c) u integrálů $\int \arcsin x dx$ a $\int \arcsin^2 x dx$ můžete také zkusit nejdříve „druhou“ substituci a poté integraci per partes (možná jednodušší výpočet daných integrálů).

A chcete-li,

3. Zkuste užít Taylorův polynom při výpočtu limit

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \exp(-\frac{x^2}{2})}{x^4}$ b) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - x^2 \ln(1 + \frac{1}{x}))$

(Nápověda, chcete-li, pro příklad b) : zkuste danou limitu u ∞ užitím VLSF „změnit“ na limitu v bodě 0.)